

磁気回路設計資料

1. 磁気回路設計資料

1-1. 基礎計算式

磁気回路の基礎計算式は、電気回路に関するオームの法則と同一です。

つまり、全磁束を ϕ 、起磁力をF、磁気抵抗をRとすると、この3つの要素は、

$$\text{全磁束}\phi = \frac{\text{起磁力}F}{\text{磁気抵抗}R} \dots\dots\dots(1)$$

の関係にあります。

しかし、磁気回路計算では、磁気抵抗Rはあまり用いられず、一般的には磁気抵抗Rの逆数であるパーミアンスPを用います。

すなわち上記の関係式は、

$$\text{全磁束}\phi = \text{起磁力}F \cdot \text{パーミアンス}P \dots\dots\dots(2)$$

で置き換えられます。

このパーミアンスPは、磁路の長さをL、磁路の断面積をA、磁路の透磁率を μ としたとき、

$$\text{パーミアンス}P = \frac{\text{透磁率}\mu \cdot \text{磁路断面積}A}{\text{磁路長}L} \dots\dots\dots(3)$$

で表され、磁路長が短く、磁路断面積および透磁率が大きいほどパーミアンスが大、すなわち磁気抵抗が小さくなることを示します。

また、磁気回路全体のパーミアンスPtは、ギャップ部磁気抵抗の逆数として定義されるギャップ・パーミアンスPgと漏れ磁束による磁気抵抗の逆数として定義される漏れパーミアンスPfの和、すなわち、 $Pt = Pg + Pf$ で表され、さらに、漏れ磁束を個々の漏れ磁路空間ごとに把握する場合、全パーミアンスPtは、ギャップ・パーミアンスPgと磁路空間ごとの漏れパーミアンスPf1+Pf2+.....+Pfnの総和として表されます。

$$Pt = Pg + Pf = Pg + Pf_1 + Pf_2 + \dots + Pfn \dots\dots\dots(4)$$

1-2. 起磁力損失係数 f

起磁力損失係数fは、磁気回路中の全起磁力Ftとギャップの起磁力Fgとの比、

$$\text{起磁力損失係数}f = \frac{\text{全起磁力}Ft}{\text{ギャップの起磁力}Fg} \dots\dots\dots(5)$$

として定義されます。

磁気回路の全起磁力Ftは、使用されるマグネットによって与えられ、その値は、マグネット動作点の磁界強度Hdとマグネットの長さLmの積となります。

また、ギャップの起磁力Fgは、ギャップの磁束密度Bgとギャップの長さLgとの積として与えられますから、(5)式は、

$$\text{起磁力損失係数}f = \frac{\text{動作点磁界強度}Hd \cdot \text{マグネット長}Lm}{\text{ギャップ磁束密度}Bg \cdot \text{ギャップ長}Lg} \dots\dots\dots(6)$$

に展開できます。

1-3. 漏れ係数 σ

漏れ係数 σ は、磁気回路中のマグネットから発生する全磁束 ϕ_t とギャップに収束されたギャップ磁束 ϕ_g との比、すなわち、

$$\text{漏れ係数}\sigma = \frac{\text{全磁束}\phi_t}{\text{ギャップ磁束}\phi_g} \dots\dots\dots(7)$$

で表されます。

マグネットから発生する全磁束 ϕ_t は、マグネット動作点の磁束密度Bdとマグネットの断面積Amの積で与えられ、ギャップに収束された磁束 ϕ_g はギャップの磁束密度Bgとギャップ断面積Agとの積で与えられますから、(7)式は、

$$\text{漏れ係数}\sigma = \frac{\text{動作点磁束密度}Bd \cdot \text{マグネット断面積}Am}{\text{ギャップ磁束密度}Bg \cdot \text{ギャップ断面積}Ag} \dots\dots\dots(8)$$

に展開できます。

また、(2)式： $\phi = FP$ により、(7)式は、

$$\text{漏れ係数}\sigma = \frac{\text{全起磁力}Ft \cdot \text{全パーミアンス}Pt}{\text{ギャップ起磁力}Fg \cdot \text{ギャップ}\cdot\text{パーミアンス}Pg} \dots\dots\dots(9)$$

とも表すことができ、起磁力損失係数fは、一般に1に近い値になりますので、(9)式は

$$(5) \text{式} : f = \frac{Ft}{Fg} \approx 1 \text{ および}$$

$$(4) \text{式} : Pt = Pg + Pf \text{ を代入することで}$$

$$\text{漏れ係数}\sigma \approx \frac{Pg + Pf}{Pg} = 1 + \frac{\text{漏れパーミアンス}Pf}{\text{ギャップ}\cdot\text{パーミアンス}Pg}$$

となり、Pfを個々の漏れ磁路空間ごとに分割して、

$$\text{漏れ係数}\sigma \approx 1 + \frac{Pf_1 + Pf_2 + \dots + Pfn}{Pg} \dots\dots\dots(10)$$

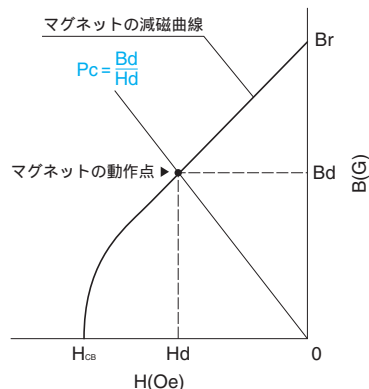
という形で表すこともできます。

1-4. パーミアンス係数 Pc

B-Hカーブ上のマグネットの動作点を表すのにパーミアンス係数Pcが用いられます。この値は、動作点の磁束密度Bdと磁界強度Hdの比として定義され、

$$\text{パーミアンス係数}Pc = \frac{\text{動作点磁束密度}Bd}{\text{動作点磁界強度}Hd} \dots\dots\dots(11)$$

で表されます (下図参照)。



●解説中の計算式は簡略化のため CGS 単位系にもとづいています。SI 単位系への換算は巻末付録「SI 単位 /CGS 単位対照換算表」をご参照ください。

⚠ 製品をより正しく、安全にご使用いただくために、さらに詳細な特性・仕様をご確認いただける納入仕様書をぜひご請求ください。記載内容は、改良その他により予告なく変更する場合がありますので、あらかじめご了承ください。

1-4-a. 磁気回路に組み込まれたマグネットのパーミアンス係数

磁気回路に組み込まれたマグネットのパーミアンス係数は、(6)式、(8)式から Hd、Bd を求め、それを (11)式に代入することで求めることができます。

$$(6)式: f = \frac{Hd \cdot Lm}{Bg \cdot Lg} \text{より、} Hd = \frac{Bg \cdot Lg}{Lm} f \dots\dots\dots(12)$$

$$(8)式: \sigma = \frac{Bd \cdot Am}{Bg \cdot Ag} \text{より、} Bd = \frac{Bg \cdot Ag}{Am} \sigma \dots\dots\dots(13)$$

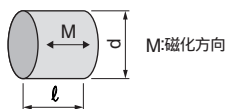
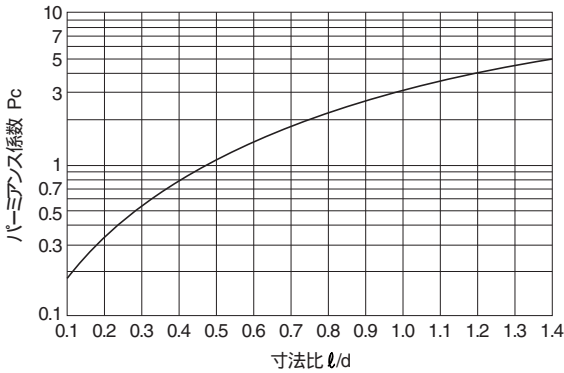
となり、これを (11)式: $Pc = \frac{Bd}{Hd}$ に代入すると、

$$Pc = \frac{Lm \cdot Ag}{Am \cdot Lg} \cdot \frac{\sigma}{f} \dots\dots\dots(14)$$

が得られます。

1-4-b. マグネット単体のパーミアンス係数

マグネットが単体で存在する場合のパーミアンス係数は、マグネットの形状に大きく左右され、正確な値を計算で求めることは非常に困難です。そこで、円柱状のマグネットを試料とした下図(寸法比とパーミアンス係数の関係グラフ)から、おおよその目安を得ます。



近似式としては、

$$Pc = 1.35 \left(\frac{l}{d} \right) \left[\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d} \right)^2} + \left(\frac{l}{d} \right) \right] \dots\dots\dots(15)$$

となります。

1-5. マグネットに必要な長さ Lm、断面積 Am、体積 Vm の計算法

$$(6)式: f = \frac{Hd \cdot Lm}{Bg \cdot Lg} \text{より、} Lm = \frac{Bg \cdot Lg}{Hd} f \dots\dots\dots(16)$$

$$(8)式: \sigma = \frac{Bd \cdot Am}{Bg \cdot Ag} \text{より、} Am = \frac{Bg \cdot Ag}{Bd} \sigma \dots\dots\dots(17)$$

となり、この式から、Hd、Bd、Bg、Ag、Lg および f、σ を与えることにより、必要な Lm、Am を求めることができます。

また、必要な体積 Vm は、

$$Vm = Am \cdot Lm = \frac{Bg^2 \cdot Ag \cdot Lg \cdot \sigma \cdot f}{Bd \cdot Hd} \dots\dots\dots(18)$$

となり、必要なマグネットの体積は、その動作点のエネルギー積に逆比例することがわかります。

1-6. 漏れ係数 σ、起磁力損失係数 f を求める方法

1-6-a. 実験的に σ、f を求める場合の手順

サーチコイルを用いる方法

1. マグネットにサーチコイルを巻いてギャップ磁束を測定する。
2. トータルフラックス ϕ_g / マグネット断面積 Am から Bd を算出する。
3. B-H カーブ (減磁曲線) から Hd を求める。
4. Bg、Ag、Lg、Am、Lm を実測する。
5. (6)式、(8)式より f、σ を算出する。

サーチコイルを用いない方法

1. f 値を仮定する (1.0 ~ 1.2 程度の値が一般的)。
2. Lm、Bg、Lg を実測する。
3. (12)式により Hd を算出する。
4. B-H カーブ (減磁曲線) から Bd を求める。
5. Am、Ag を実測し、(8)式より σ を算出する。

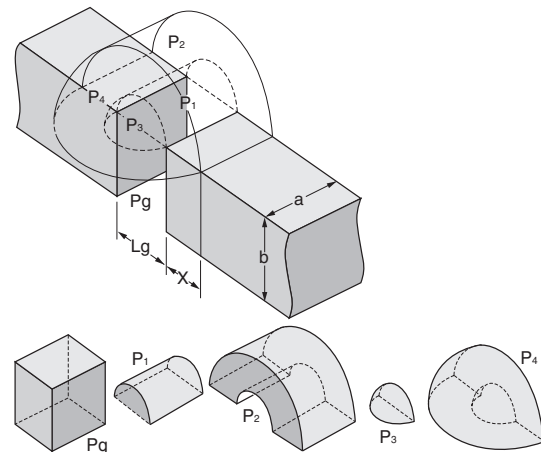
1-6-b. 計算により σ を求める方法

$$(10)式: \sigma \approx 1 + \frac{Pf_1 + Pf_2 + \dots + Pf_n}{Pg}$$

により、Pg と Pf1 ~ Pfn を計算で求めて σ を算出します。

参考例

漏れ磁路空間におけるパーミアンスの計算例を以下に示します。



1. 空隙部分 (図中のギャップ空間部分) のパーミアンス

$$Pg = \mu_0 \frac{a \cdot b}{Lg}$$

2. 半円柱漏れ磁路のパーミアンス

$$P1 = 0.264 \mu_0 \cdot a$$

3. 中空状半円柱漏れ磁路のパーミアンス

$$P2 \approx \frac{0.64 \mu_0 \cdot a}{(Lg/x+1)} \text{ または } P2 = \frac{\mu_0 \cdot a}{\pi} \ln \left(1 + \frac{2X}{Lg} \right) \text{ [} Lg < 3x \text{]}$$

4. 4 分球漏れ磁路のパーミアンス

$$P3 = 0.077 \mu_0 \cdot Lg$$

5. 中空状 4 分球 (4 分球殻) 漏れ磁路のパーミアンス

$$P4 = \frac{\mu_0 \cdot X}{4}$$

上記 1. ~ 5. のパーミアンスを組み合わせることで、漏れ磁路空間における概略の σ を求めることができます (μ0: 真空の透磁率)。

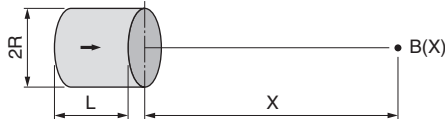
●解説中の計算式は簡略化のため CGS 単位系にもとづいています。SI 単位系への換算は巻末付録「SI 単位 / CGS 単位対照換算表」をご参照ください。

⚠ 製品をより正しく、安全にご使用いただくために、さらに詳細な特性・仕様をご確認いただける納入仕様書をぜひご請求ください。記載内容は、改良その他により予告なく変更する場合がありますので、あらかじめご了承ください。

2. マグネット中心線上の磁束密度 $B(X)$ 計算式

B-H カーブが直線か、または屈曲点より上に動作点 Bd がある場合、マグネットの外部における磁界分布の様子は、マグネットと等しい透磁率を持つ同一断面形状、長さ X の空間を想定し、その外周面における閉路電流から発生する磁界と同様に考えることができます。代表形状3例について、このことを計算式で表します（フェライトマグネット、希土類マグネットにおいて近似式として有効です）。

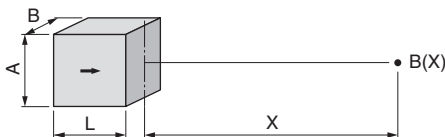
2-1. 円柱状マグネット



$$B(X) = \frac{Br}{2} \left[\frac{L+X}{\sqrt{R^2+(L+X)^2}} - \frac{X}{\sqrt{R^2+X^2}} \right]$$

Br : 使用マグネットの残留磁束密度
 X : マグネット表面からの距離

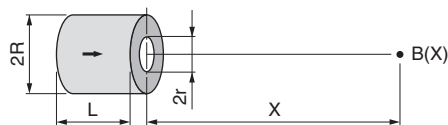
2-2. 角柱状マグネット



$$B(X) = \frac{Br}{\pi} \left[\tan^{-1} \frac{AB}{2X\sqrt{4X^2+A^2+B^2}} - \tan^{-1} \frac{AB}{2(L+X)\sqrt{4(L+X)^2+A^2+B^2}} \right]$$

Br : 使用マグネットの残留磁束密度
 X : マグネット表面からの距離
 角度はラジアン

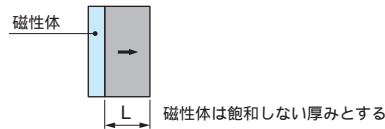
2-3. 円筒状マグネット



$$B(X) = \frac{Br}{2} \left[\left(\frac{L+X}{\sqrt{R^2+(L+X)^2}} - \frac{L+X}{\sqrt{r^2+(L+X)^2}} \right) - \left(\frac{X}{\sqrt{R^2+X^2}} - \frac{X}{\sqrt{r^2+X^2}} \right) \right]$$

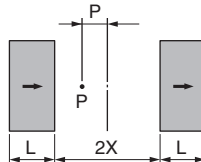
Br : 使用マグネットの残留磁束密度
 X : マグネット表面からの距離

2-4. 磁極裏面に磁性体のある場合



2-1.、2-2.、2-3.式のL項に2Lを代入します。

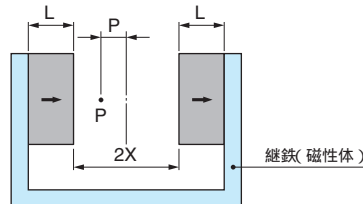
2-5. 同一形状のマグネットが $2X$ の距離で対向する場合



ギャップ中心での $B(X)$ は、2-1.、2-2.、2-3.式で求めた $B(X)$ の2倍になります。

また、ギャップ中の P 点における $B(X)$ は、前式 X 項に $X-P$ を代入した $B(X-P)$ と $X+P$ を代入した $B(X+P)$ の和になります。

2-6. 前項と同様の配置で、さらに磁極裏面に磁性体がある場合



2-1.、2-2.、2-3.式のL項に2Lを代入し、ギャップ中心およびギャップ中の P 点における $B(X)$ は、2-5.項と同じ手順になります。

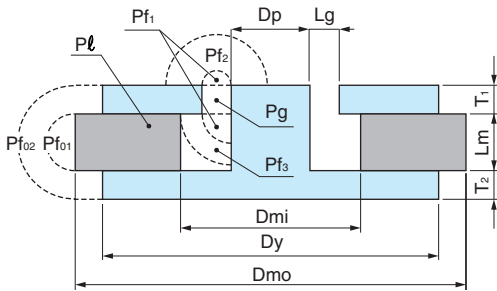
●解説中の計算式は簡略化のため CGS 単位系にもとづいています。SI 単位系への換算は巻末付録「SI 単位 / CGS 単位対照換算表」をご参照ください。

製品をより正しく、安全にご使用いただくために、さらに詳細な特性・仕様をご確認いただける納入仕様書をぜひご請求ください。記載内容は、改良その他により予告なく変更する場合がありますので、あらかじめご了承ください。

3. スピーカ磁気回路のギャップ磁束密度計算

3-1. 外磁型スピーカ

漏れ磁束空間におけるパーミアンスを下図のように仮定し、ギャップ・パーミアンスPgおよび個々の漏れ磁路空間における漏れパーミアンスPfを求めます。



Dp: センターポール径
T1: トッププレート厚さ
Dmo: マグネット外径
Lm: マグネット厚さ
Ag: ギャップ断面積
Dy: プレート径
T2: ボトムプレート厚さ
Dmi: マグネット内径
Lg: ギャップ長さ

$$Pg = \mu_0 Ag / Lg = \pi \mu_0 (Dp + Lg) T_1 / Lg$$

$$Pf_1 = 0.264 \pi \mu_0 (Dp + Lg)$$

$$Pf_2 = \mu_0 (Dp + Lg) \ln(1 + Dp/Lg)$$

$$Pf_3 = 2 \mu_0 (Dp + Lg) \ln\{1 + (Dmi - Dp - 2Lg)/Lg\}$$

$$Pf_{01} = \mu_0 0.264 \pi \cdot Dmo + 0.308 Lm$$

$$Pf_{02} = \mu_0 Dmo \cdot \ln\{1 + (T_1 + T_2)/Lm\} + (T_1 + T_2)$$

$$PL = \pi \mu_0 \sqrt{(Dmo + Dmi) Lm / 2}$$

そして、

$$Pt = Pg + 3Pf_1 + Pf_2 + Pf_3 + Pf_{01} + Pf_{02} + PL$$

により、磁気回路全体のパーミアンスPtが求められ、

漏れ係数 $\sigma = Pt/Pg$

$$\text{パーミアンス係数 } Pc = \frac{Lm}{Am} \cdot Pg \cdot \frac{\sigma}{f} = \frac{Lm}{Am} \cdot \frac{Pt}{f}$$

Am: マグネット断面積

f: 起磁力損失係数 ≈ 1.1

が得られます。

また、マグネット動作点の磁束密度Bd、ギャップ磁束密度Bgは、それぞれ、下記式により求めます。

$$Bd = \frac{Br}{1 + \mu_{rec}/Pc}$$

μ_{rec} : リコイル比透磁率 ≈ 1.07

$$Bg = \frac{Am \cdot Bd}{Ag} \cdot \frac{1}{\sigma}$$

なお、ボトムプレートが飽和しないために必要な厚さT2は、ボトムプレートから見た漏れ係数 σ_p を下式により求め、

$$\sigma_p = (Pg + 3Pf_1 + Pf_2 + Pf_3) / Pg$$

次に、ボトムプレートを通る総磁束量 ϕ_p を下式により求めます。

$$\phi_p = Bg \cdot Ag \cdot \sigma_p$$

これより、ボトムプレートが飽和しないために必要な厚さT2は、

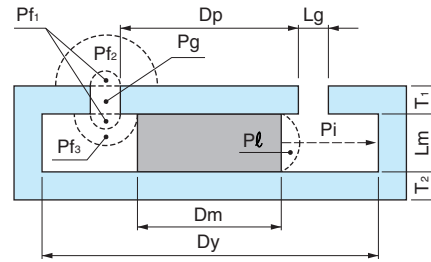
$$T_2 \geq \phi_p / 15000 \pi \cdot Dp$$

となります (ボトムプレートの最大磁束密度を15kGに設定)。

●解説中の計算式は簡略化のためCGS単位系にもとづいています。SI単位系への換算は巻末付録「SI単位/CGS単位対照換算表」をご参照ください。

3-2. 内磁型スピーカ

外磁型同様、漏れ磁束空間におけるパーミアンスを下図のように仮定し、ギャップ・パーミアンスPgおよび個々の漏れ磁路空間における漏れパーミアンスPfを求めます。



Dp: センターポール径
T1: トッププレート厚さ
Dm: マグネット径
Ag: ギャップ断面積
Dy: プレート内径
T2: ボトムプレート厚さ
Lm: マグネット厚さ
Lg: ギャップ長さ

$$Pg = \mu_0 Ag / Lg = \pi \mu_0 (Dp + Lg) T_1 / Lg$$

$$Pf_1 = 0.264 \pi \mu_0 (Dp + Lg)$$

$$Pf_2 = \mu_0 (Dp + Lg) \ln(1 + Dp/Lg)$$

$$Pf_3 = \mu_0 (Dp + Lg) \ln\{1 + (Dp - Dm)/Lg\}$$

$$PL = \pi \mu_0 \sqrt{Dm \cdot Lm / 2} \quad [PL > Pi \text{ の場合}]$$

または、

$$Pi = \pi \mu_0 Lm (Dm + Dy) / 4 (Dy - Dm) \quad [Pi > PL \text{ の場合}]$$

そして、

$$Pt = Pg + 2Pf_1 + Pf_2 + Pf_3 + PL \text{ or } Pi$$

により、磁気回路全体のパーミアンスPtを求めます。

漏れ係数 σ 、パーミアンス係数Pc、マグネット動作点の磁束密度Bd、ギャップ磁束密度Bgは、外磁型磁気回路計算と同様です。

なお、プレートが飽和しないために必要な厚さT1およびT2も、外磁型同様、漏れ係数 σ_p を下式により求めます。

$$\sigma_p = (Pg + 2Pf_1 + Pf_2 + Pf_3 + PL \text{ or } Pi) / Pg$$

次に、プレートを通る総磁束量 ϕ_p を下式により求めます。

$$\phi_p = Bg \cdot Ag \cdot \sigma_p$$

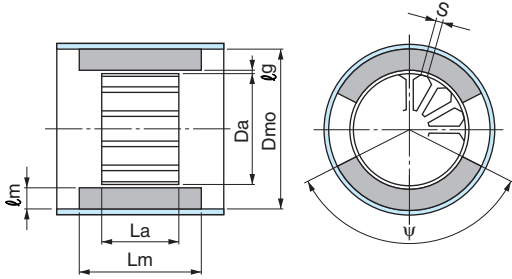
これより、プレートが飽和しないために必要な厚さT1、T2は、

$$T_1, T_2 \geq \phi_p / 15000 \pi \cdot Dm$$

となります (プレートの最大磁束密度を15kGに設定)。

4. モータ用磁気回路の有効磁束数計算

モータ用磁気回路は、ロータのスロット数、スロット形状、ケース肉厚などの要素によって磁気回路条件が大きく異なります。したがって、この項は、考え方の基本を示す数式のみ示します。



Dmo: マグネット外径 Da: ロータ外径
Lm: マグネット長さ La: ロータ長さ
 ψ : 磁極角度 S: スロット開口幅
 l_m : マグネット厚さ l_g : ギャップ長さ

磁気回路の飽和について

以上の σ_g 算出方法は、磁気回路の飽和については考慮していません。しかし、実際の磁気回路においては、ケース、ロータ部分に飽和現象が起きることも考えられます。つまり、上記算出方法で得られた σ_g と実際のモータにおける σ_g を比較した場合、実際のモータでの σ_g が計算値より小さい場合は、磁気回路が飽和していることが考えられます。

1) マグネット断面積 A_m

$$A_m = \frac{1}{2} \psi L_m (D_{mo} - l_m) = \frac{1}{2P} \alpha_i \pi L_m (D_{mo} - l_m)$$

$\alpha_i = p \psi / \pi$: 極孤率、P: 極対数

2) マグネット等価寸法比 l/d

$$\frac{l}{d} = \frac{l_m}{\sqrt{4A_m/\pi}}$$

3) 漏れパーミアンズ係数 P_i 、 P_L

・磁石単体のパーミアンズ係数 P_i

$$P_i = \zeta \left(\frac{l}{d} \right) \left[\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d} \right)^2} + \frac{l}{d} \right]; \zeta = \frac{1}{5} (12 - p)$$

・磁石単体（ヨーク部含む）のパーミアンズ係数 P_L

$$P_L = \xi \left(\frac{2l}{d} \right) \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2l}{d} \right)^2} + \frac{2l}{d} \right]; \xi = 1.3 \sim 1.4$$

4) カーター係数 k_c

$$k_c = \frac{ts}{ts - \gamma_c l_g}; \gamma_c = \frac{(S/l_g)^2}{5 + (S/l_g)^2}; ts = \frac{\pi Da}{S n}$$

ts: 歯ピッチ、Sn: スロット数

5) 有効パーミアンズ係数 P_u

$$P_u = \frac{l_m}{A_m} \cdot \frac{A_g}{k_c l_g}; A_g = \frac{1}{2} \psi k_i L_a (D_a + l_g); k_i \approx 0.97$$

A_g : ギャップ断面積、 k_i : 鉄心占積率

6) 漏れ磁束 σ

$$\sigma = 1 + P_i/P_u, \sigma P_u = P_u + P_i$$

7) 極の磁束（あるいは有効磁束） σ_g

$$\sigma_g = 0.95 Br \frac{A_m \cdot P_u}{\mu_{rec} + \sigma P_u}$$

μ_{rec} : リコイル比透磁率

●解説中の計算式は簡略化のため CGS 単位系にもとづいています。SI 単位系への換算は巻末付録「SI 単位 / CGS 単位対照換算表」をご参照ください。

製品をより正しく、安全にご使用いただくために、さらに詳細な特性・仕様をご確認いただける納入仕様書をぜひご請求ください。記載内容は、改良その他により予告なく変更する場合がありますので、あらかじめご了承ください。

SI単位／CGS単位対照換算表

換算比の見方:SI単位系の欄に▶印左側の換算比を乗ずるとCGS系の値になり、CGS系の値に◀印右側の換算比を乗ずるとSI単位系の値となります。

磁気量	量記号	SI単位系		換算比		CGS単位系	
		単位名	単位記号			単位名	単位記号
磁束	ϕ	ウェーバ	Wb	10^8 ▶	◀ 10^{-8}	マクスウェル	Mx
磁束密度	B	テスラ	T	10^4 ▶	◀ 10^{-4}	ガウス	G
磁界の強さ	H	アンペア/m	A/m	$4\pi \times 10^{-3}$ ▶	◀ $10^3/4\pi$	エルステッド	Oe
磁化の強さ	M	アンペア/m	A/m	10^{-3} ▶	◀ 10^3	ガウス	G
磁気分極	J	テスラ	T	$10^4/4\pi$ ▶	◀ $4\pi \times 10^{-4}$	ガウス	G
起磁力	Fm	アンペア	A	$4\pi \times 10^{-1}$ ▶	◀ $10/4\pi$	ギルバート	Gi
磁気吸引力	F	ニュートン	N	10^5 ▶	◀ 10^{-5}	ダイン	dyn
透磁率	μ	ヘンリー/m	H/m	$10^7/4\pi$ ▶	◀ $4\pi \times 10^{-7}$		無名数
真空の透磁率	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ ヘンリー/m	H/m			1	無名数
磁気抵抗	Rm	1/ヘンリー	H ⁻¹	$4\pi \times 10^{-9}$ ▶	◀ $10^9/4\pi$	ギルバート/マクスウェル	Gi/Mx
パーミアンス	P	ヘンリー	H	$10^9/4\pi^2$ ▶	◀ $4\pi \times 10^{-9}$	マクスウェル/ギルバート	Mx/Gi
磁気エネルギー積	BH	ジュール/m ³	J/m ³	$4\pi \times 10$ ▶	◀ $10^{-1}/4\pi$	ガウス・エルステッド	G・Oe
				10 ▶	◀ 10^{-1}	エルグ/cm ³	erg/cm ³